Test matematyczny — styczeń 2000 (II termin)
grupa Konrada Patkowskiego

1. Część rzeczywista liczby $e^{\frac{\pi i}{4}}$ jest równa

   a) 0 b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) 1 d) $\sqrt{2}$

2. Sprzężenie zespolone liczby e^{2i} jest równe

   a) e^{-2i} b) $e^{\frac{i}{2}}$ c) e^{2i} d) e^{-2}

3. Niech $\vec{a} = [1, 1, 0]$, $\vec{b} = [1, -3, 0]$. Iloczyn wektorowy $\vec{a} \times \vec{b}$ jest równy

   a) $[4, 1, -2]$ b) $[0, 3, -1]$ c) $[1, -1, 0]$ d) $[0, 0, -4]$

4. Jedną z wartości własnych macierzy $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ jest liczba

   a) -1 b) 0 c) 2 d) 3

5. Równanie różniczkowe $f'' = -f$ spełnia funkcja

   a) $\frac{1}{x}$ b) e^x c) $\cos x$ d) $\ln x$

6. Największa wartość funkcji $f(x) = \sqrt[x]{x}$ dla $1 \leq x < \infty$ jest równa

   a) $\sqrt{2}$ b) $\sqrt[e]{e}$ c) $\sqrt[3]{3}$ d) $\sqrt[\pi]{\pi}$

7. Całka $\int_1^2 x^4 \, dx$ jest równa

   a) $\frac{7}{3}$ b) $\frac{15}{4}$ c) $\frac{31}{4}$ d) $\frac{31}{5}$

8. Całka $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y dz$ jest równa

   a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1

9. Pole powierzchni kuli o promieniu R wyraża się wzorem

   a) $2\pi R$ b) $4\pi R^2$ c) $\frac{4}{3}\pi R^3$ d) $2\pi^2 R^4$

10. Piszemy trzy listy: do Ani, Beaty i Czarka. Następnie przygotowujemy trzy koperty, zaadresowane do Ani, Beaty i Czarka, i losowo wkładamy do każdej koperty po jednym liście. Dla $k = 0, 1, 2, 3$ przez p_k oznaczmy prawdopodobieństwo, że dokładnie k listów trafiło do właściwych kopert. Oczywiście $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 = 1$. A ile wynosi $p_0 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$?

    a) 0 b) $\frac{1}{3^4}$ c) $\frac{1}{3^3}$ d) $\frac{1}{3^2}$