1. Załóżmy, że mamy cztery trójelektronowe funkcje falowe podane niżej. Która z nich spełnia wymagania tzw. zakazu Pauliego :
   a) $\Phi(1,2,3) = \psi(x_1,y_1,z_1)\alpha(\sigma_1)\psi(x_2,y_2,z_2)\beta(\sigma_2)\phi(x_3,y_3,z_3)\alpha(\sigma_3)$
   b) $\Phi(1,2,3) = \psi(x_1,y_1,z_1)\alpha(\sigma_1)\phi(x_2,y_2,z_2)\beta(\sigma_2)\phi(x_3,y_3,z_3)\beta(\sigma_3)$
   c) $\Phi(1,2,3) = \psi(x_1,y_1,z_1)\beta(\sigma_1)\psi(x_2,y_2,z_2)\beta(\sigma_2)\phi(x_3,y_3,z_3)\alpha(\sigma_3)$
   d) $\Phi(1,2,3) = \psi(x_1,y_1,z_1)\beta(\sigma_1)\psi(x_2,y_2,z_2)\alpha(\sigma_2)\psi(x_3,y_3,z_3)\alpha(\sigma_3)$
   gdzie x, y, z, σ - wspólrzedne elektronów, zaś α, β - funkcje spinowe.

2. Niech dana będzie następująca funkcja dwóch zmiennych x, y :
   $f(x,y) = \begin{vmatrix} e^x & e^y \\ sin(x) & sin(y) \end{vmatrix} = e^x sin(y) - e^y sin(x)$
   Obliczamy następujące całki oznaczone (zakładamy, że ich wartości są skończone) :
   $C_1 = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \quad f(x,y)\frac{d}{dx}f(x,y) \qquad C_2 = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \quad f(x,y)\frac{d}{dy}f(x,y)$
   $C_3 = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \quad f(x,y)\frac{d}{dx}f(y,x) \qquad C_4 = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \quad f(x,y)\frac{d}{dy}f(y,x)$
   Czy prawdziwe są równości (można je sprawdzić bez jawnego obliczenia całek podwójnych) :
   a) $C_1 = -C_2$ b) $C_3 = -C_1$ c) $C_4 = C_1$ d) $C_3 = -C_4$

3. Niech dana będzie następująca funkcja czterech zmiennych x_1, x_2, x_3, x_4 :
   $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{vmatrix} = x_1x_4 - x_2x_3$
   Obliczamy następujące całki oznaczone (zakładamy, że są skończone) :
   $C_1 = \int\int\int\int \quad f(x_1,x_2,x_3,x_4)f(x_1,x_2,x_3,x_4) \quad dx_1dx_2dx_3dx_4$
   $C_2 = \int\int\int\int \quad f(x_1,x_2,x_3,x_4)f(x_3,x_4,x_1,x_2) \quad dx_1dx_2dx_3dx_4$
   $C_3 = \int\int\int\int \quad f(x_1,x_2,x_3,x_4)f(x_2,x_1,x_4,x_3) \quad dx_1dx_2dx_3dx_4$
   $C_4 = \int\int\int\int \quad f(x_2,x_1,x_4,x_3)f(x_2,x_1,x_4,x_3) \quad dx_1dx_2dx_3dx_4$
   $C_5 = \int\int\int\int \quad f(x_3,x_4,x_1,x_2)f(x_2,x_1,x_4,x_3) \quad dx_1dx_2dx_3dx_4$
   Czy prawdziwe są równości :
   a) $C_1 = C_3$ b) $C_2 = C_4$ c) $C_3 = C_5$ d) $C_4 = C_5$

4. Załóżmy, że podział hamiltonianu $\hat{H}$ na część niezaburzoną $\hat{H}_0$ oraz zaburzenie $\hat{H}'$ jest następujący: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$, przy czym znamy wszystkie funkcje własne $\psi_k^{(0)}(x)\psi_n^{(0)}(y)\psi_m^{(0)}(z)$ i wartości własne $E_{knm}^{(0)} = k + n + m + \frac{3}{2}$ hamiltonianu $\hat{H}_0 = -\frac{1}{2}\Delta + \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)$. Jak widać, jest to zaburzony trójwymiarowy oscylator harmoniczny, gdzie liczby k, n, m przyjmują wartości ze zioru $\{0, 1, 2, 3, ...\}$. Jeżeli operator $\hat{H}'$ jest niezerowy, to niektóre poziomy energetyczne oscylatora harmonicznego mogą ulec rozszczepieniu. Jeżeli wybierzemy $E^{(0)} = \frac{7}{2}$ (jednostki atomowe), to liczba poziomów po rozszczepieniu wynosić może :
   a) nie więcej, niż 6 b) ponad 12 c) ponad 6, ale mniej niż 12
   d) 1, tzn. nie rozszczepi się, ponieważ poziom ten nie jest zdegenerowany

5. Aby można było zinterpretować elektronowe widmo absorpcyjne jonu $Ni(H_2O)_6^{2+}$ w hydracie siarczanu niklu $NiSO_4 \cdot 7H_2O$ zakłada się, że przejścia elektronowe zachodzą pomiędzy poziomami d niklu, rozszczepionymi pod wpływem pola elektrycznego

cząsteczek wody. Zakłada się również, że w jonie Ni^{2+} (bez pola ligandów) 8 elektronów opisać można przy pomocy orbitali $3d$. Liczba rozszczepionych poziomów d jonu Ni^{2+} pod wpływem ligandów wynosi :
a) dokładnie 8 b) więcej, niż 6 c) mniej, niż 6 d) dokładnie 6, tzn. tyle, ile wynosi liczba cząsteczek wody.

6. Operatory spinowe spełniają następujące relacje (w jednostkach atomowych) :
$\hat{S}^2\alpha = \frac{3}{4}\alpha \quad \hat{S}_z\alpha = \frac{1}{2}\alpha \quad \hat{S}_x\alpha = \frac{1}{2}\beta \quad \hat{S}_y\alpha = \frac{i}{2}\beta$
$\hat{S}^2\beta = \frac{3}{4}\beta \quad \hat{S}_z\beta = -\frac{1}{2}\beta \quad \hat{S}_x\beta = \frac{1}{2}\alpha \quad \hat{S}_y\beta = -\frac{i}{2}\alpha$
Ponadto, spełnione są relacje komutacyjne :
$\left[\hat{S}_x, \hat{S}_y\right] = i\hat{S}_z, \quad \left[\hat{S}_y, \hat{S}_z\right] = i\hat{S}_x, \quad \left[\hat{S}_z, \hat{S}_x\right] = i\hat{S}_y,$, gdzie $i^2 = -1$
Czy prawidłowe są wyniki działania sum iloczynów operatorów na funkcje spinowe :
a) $(\hat{S}_x\hat{S}_y - \hat{S}_y\hat{S}_x)\alpha = \frac{i}{2}\alpha$ b) $(\hat{S}_y\hat{S}_z - \hat{S}_z\hat{S}_y)\beta = -\frac{i}{2}\alpha$ c) $(\hat{S}_z\hat{S}_x - \hat{S}_x\hat{S}_z)\alpha = \frac{1}{2}\beta$
d) $(\hat{S}_x\hat{S}_y - \hat{S}_y\hat{S}_x)\beta = \frac{i}{2}\beta$

7. Dla atomu helu He w stanie podstawowym wybieramy funkcję próbną $\Phi(1,2)$ (1,2-numerują współrzędne elektronów) :
$\Phi(1,2) = e^{-pr_1^2 - pr_2^2 - qr_{12}^2} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\alpha(1)\beta(2) - \beta(1)\alpha(2) \right) , \qquad p \geq 0, q \geq 0,$
gdzie : $r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$, $r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$, są odległościami elektron-jądro, zaś $r_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$ oznacza odległość międzyelektronową. α, β są funkcjami spinowymi. Czy prawdziwe są zdania:
a) $\Phi(2,1) = -\Phi(1,2)$ tylko wtedy, gdy $q = 0$
b) postać $\Phi(1,2)$ odpowiada tzw. przybliżeniu jednoelektronowemu do funkcji falowej dwuelektronowej tylko wtedy, gdy $q = 0$
c) postać $\Phi(1,2)$ odpowiada tzw. przybliżeniu jednoelektronowemu do funkcji falowej dwuelektronowej tylko wtedy, gdy $q > 0$
d) $\Phi(2,1) = \Phi(1,2)$, jeżeli $q = 0$

8. Załóżmy, że operator rzutu spinu całkowitego na oś Z ma postać sumy operatorów jednoelektronowych : $\hat{S}_z(1,2) = \hat{S}_z(1) + \hat{S}_z(2)$. Załóżmy również, że mamy dwie różne funkcje spinowe dwuelektronowe:
$g_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha(1)\beta(2) + \beta(1)\alpha(2)) \qquad g_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha(1)\beta(2) - \beta(1)\alpha(2))$
Prawidłowy wynik działania operatora $\hat{S}_z(1,2)$ na te funkcje jest następujący :
a) $\hat{S}_z(1,2)g_+ = 0$ b) $\hat{S}_z(1,2)g_+ = g_+$ c) $\hat{S}_z(1,2)g_+ = g_-$ d) $\hat{S}_z(1,2)g_- = g_+$