Test 6

Imię i nazwisko:

1. W rachunku zaburzeń Rayleigha-Schrödingera (RS) przedstawiamy hamiltonian układu w postaci $\hat{H} = \hat{H}^o + \hat{H}'$, a funkcje i wartości własne $\hat{H}$ i $\hat{H}^o$ oznaczamy, odpowiednio, przez ψ_n i E_n, oraz $\psi_n^{(0)}$ i $E_n^{(0)}$ $(n = 1, 2, \ldots)$. Który z poniższych warunków nie jest prawdziwy w rachunku zaburzeń R S?

   a) $\langle\psi_n^{(0)}|\psi_n\rangle = 1$, b) $\langle\psi_n|\psi_n\rangle = 1$, c) $\langle\psi_n^{(0)}|\psi_n^{(0)}\rangle = 1$,
   d) Znamy rozwiązania równania $\hat{H}^o\psi_n^{(0)} = E_n^{(0)}\psi_n^{(0)}$.

2. $\hat{H}$ jest hamiltonianem układu, E_0 jego najmniejszą wartością własną, a ϕ jest pewną funkcją falową. Zasada wariacyjna jest równoważna stwierdzeniu, ż e

   a) $\langle\phi|\hat{H}\phi\rangle \geq E_0\langle\phi|\phi\rangle$, b) $\langle\phi|\hat{H}\phi\rangle \leq E_0\langle\phi|\phi\rangle$, c) $\langle\phi|\hat{H}\phi\rangle = E_0$, jeśli $\langle\phi|\phi\rangle = 1$,
   d) $\langle\phi|\hat{H}\phi\rangle \geq 0$, jeśli $\langle\phi|\phi\rangle = 1$.

3. Oznaczenia jak w zad. 2. Funkcja próbna $\phi[c]$ zależy od rzeczywistego parametru c. Metoda wariacyjna polega na:

   a) znalezieniu optymalnej wartości c_o, takiej, że $\hat{H}\phi[c_o] = E_0\phi[c_o]$,
   b) obliczeniu wartości $\mathcal{E}(c)$,
   c) znalezieniu optymalnej wartości c_o, takiej, że $\mathcal{E}(c_o) = E_0$,
   d) znalezieniu optymalnej wartości c_o, takiej, że $\mathcal{E}(c_o) = minimum$,
   gdzie $\mathcal{E}(c) = \frac{\langle\phi[c]|\hat{H}\phi[c]\rangle}{\langle\phi[c]|\phi[c]\rangle}$

4. Która z poniższych funkcji próbnych $\phi[c]$ da najlepszy wynik w metodzie wariacyjnej zastosowanej do opisu atomu wodoru:

   a) e^{-cr^2}, b) e^{-cr}, c) $\cos(cr)$, d) $\sin(cr)$,
   gdzie r współrzędną radialną położenia elektronu $(r \geq 0)$.

5. Oznaczenia jak w zad. 1. Przedstawienie: $\hat{H}(\lambda) = \hat{H}^o + \lambda\hat{H}'$, gdzie $\lambda \in [0, 1]$, służy:

   a) znalezieniu takiego λ, że potrafimy rozwiązać równanie $\hat{H}(\lambda)\psi_n(\lambda) = E_n(\lambda)\psi_n(\lambda)$,
   b) rozwinięciu $\psi_n^{(0)}(\lambda)$ i $E_n^{(0)}(\lambda)$ w szeregi Taylora w otoczeniu $\lambda = 0$,
   c) przejściu do granicy $\lambda \to 0$ w celu znalezienia poprawek do energii,
   d) znalezieniu takiego λ, by operator $\lambda\hat{H}'$ był mały.

6. Oznaczenia jak w zad. 1. Które z poniższych stwierdzeń jest nieprawdziwe?

   a) $\langle\psi_n^{(0)}|\hat{H}\psi_n^{(0)}\rangle = E_n^{(0)} + E_n^{(1)}$, b) Do wyznaczenia $E_n^{(1)}$ wystarczy znajomość $\psi_n^{(0)}$,
   c) $E_n^{(1)} = 0$, jeśli $\psi_n^{(1)} = 0$, d) $\langle\psi_m^{(0)}|\hat{H}^{(0)}\psi_n^{(0)}\rangle = 0$ dla $m \neq n$.

7. Oznaczenia jak w zad. 1. Które z poniższych stwierdzeń jest nieprawdziwe?

   a) $\langle\psi_n^{(0)}|\hat{H}'\psi_n^{(1)}\rangle = E_n^{(2)}$, b) $E_n^{(2)} = 0$, jeśli $\psi_n^{(2)} = 0$,
   c) $E_n^{(2)} = -\sum_{k\neq n} \frac{\langle\psi_n^{(0)}|\hat{H}'\psi_k^{(0)}\rangle\langle\psi_k^{(0)}|\hat{H}'\psi_n^{(0)}\rangle}{E_k^{(0)} - E_n^{(0)}}$,
   d) $E_1^{(2)} \leq 0$, jeśli $E_1^{(0)} < E_n^{(0)}$ dla $n > 1$.

8. Oznaczenia jak w zad. 2 i 3. Równanie $\frac{d\mathcal{E}(c)}{dc}|_{c=c_o} = 0$ określa:

a) warunek konieczny, by $\phi[c_o]$ była funkcją własną $\hat{H}$,
b) warunek wystarczający, by $\mathcal{E}(c_o) = minimum$,
c) warunek konieczny, by $\phi[c_o]$ dała się znormalizować.
d) warunek konieczny, by $\mathcal{E}(c_o) = minimum$.