

Matematyka A - ćwiczenia

Praca domowa 2.
Granice ciągów.
04.11.2019

Wszystkie ciągi o wyrazie ogólnym a_n obecne poniżej są zdefiniowane począwszy od $n = 1$. Pracę domową proszę oddać do poniedziałku 18.11, włącznie.

1. Proszę obliczyć granice następujących ciągów przy $n \rightarrow \infty$ lub wykazać, że granice nie istnieją:

- $a_n = \frac{2n^2 - 4n - 1}{3n^2 + 6n + 1}$,

- $a_n = \sqrt{n^2 + 7n} - n + 2$,

- $a_n = \frac{2^{n+1} - 3^{n+2}}{3^{n+5} + 2^{n+7}}$,

- $a_n = \left(1 - \frac{4}{n^2}\right)^{-\frac{1}{3}n^2 + 3}$,

- $a_n = \frac{3n^3 + 7n + (-1)^n}{5n^3 - 4n^2 + 1}$,

- $a_n = \sqrt[n]{2 \cdot 5^n + 3^n \sin^2 n}$,

- $a_n = \left(\frac{n^2 + 2}{2n^2 + 1}\right)^{n^2 + 1}$,

2. Ciąg a_n zdefiniowany jest rekurencyjnie poprzez zależność $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ dla $n \geq 1$ oraz $a_1 = c$, gdzie c to zadana stała. Proszę zbadać dla jakich wartości c ciąg jest rosnący, malejący lub stały. Proszę udowodnić, że dla dowolnego c ciąg ten jest zbieżny.

Wskazówka: aby pokazać, że ciąg ten jest zbieżny wystarczy udowodnić, że jest monotoniczny i ograniczony.