

Elementy termodynamiki i fizyki statystycznej - ćwiczenia

Przykładowe kolokwium 1.

10 listopada 2018

1. (10 pkt.) Rozkład prawdopodobieństwa, $\rho_E(E)$, energii kinetycznej, E , masywnych cząstek poruszających się w przestrzeni jednowymiarowej zadany jest następującym przybliżonym wyrażeniem

$$\rho_E(E) = \frac{C}{\sqrt{E}} e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (1)$$

gdzie k to stała Boltzmanna, a T to temperatura układu. Proszę obliczyć:

- stałą normalizacyjną C powyższego rozkładu;
 - energię średnią ruchu cząstek, $\langle E \rangle$, i energię najbardziej prawdopodobną pamiętając, że $E > 0$;
 - wariancję, σ_E^2 , i fluktuację względną, δ_E , dla powyższego rozkładu.
2. (10 pkt.) Rozpatrzmy układ N jednakowych, nieoddziałujących oscylatorów o częstości ν . Zakładamy, że liczba oscylatorów jest duża tj. rzędu liczby Avogadro. Dokładny wzór na liczbę stanów w makroście o energii $E > 0$ możemy przybliżyć za pomocą następującego wyrażenia

$$\Omega(E, N) = \frac{1}{N!} \left(\frac{E}{\hbar\nu} \right)^N e^{\frac{aE}{\hbar\nu}}, \quad (2)$$

gdzie \hbar to kreślona stała Plancka, natomiast $a \geq 0$ to rzeczywisty parametr. Proszę:

- znaleźć wyrażenie na entropię, $S(E, N)$, tego układu i pokazać, że otrzymana w ten sposób entropia jest wielkością ekstensywną;
- wyprowadzić wzór na energię tego układu jako funkcję temperatury, $E(T)$;
- sprawdzić, czy rozpatrywany układ może przyjmować ujemne wartości temperatury;
- znaleźć wzór na ciepło właściwe (w stałej objętości) tego układu, $C_V(T)$;
- zbadać granice nisko- i wysokotemperaturowe ciepła właściwego tj. $\lim_{T \rightarrow 0} C_V(T)$ i $\lim_{T \rightarrow \infty} C_V(T)$.