LABORATORIUM KOMPUTEROWE

Jednostki dla oscylatora harmonicznego. Dodatek

Równanie

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\Psi''(x)+\frac{1}{2}kx^2\Psi(x)=E\Psi(x) \tag{1}$$

gdzie Ψ'' oznacza drugą pochodną funkcji Ψ, jest słuszne w dowolnych jednostkach.

Różne jednostki dadzą różne liczby dla $\frac{\hbar^2}{2m}$ i $\frac{1}{2}kx^2$.

Zakładając dowolne jednostki masy m_0, czasu t_0 i długości l_0, można napisać:

$$-\frac{(\frac{\hbar}{d_0})^2}{2\frac{m}{m_0}}\cdot\Psi''\left(\frac{x}{l_0}\right)+\frac{1}{2}\frac{k}{s_0}(\frac{x}{l_0})^2\Psi\left(\frac{x}{l_0}\right)=\frac{E}{e_0}\Psi\left(\frac{x}{l_0}\right) \tag{2}$$

gdzie $d_0=\frac{m_0l_0^2}{t_0}$ - jednostka momentu pędu, $s_0=\frac{m_0}{t_0^2}$ - jednostka stałej siłowej, e_0= $\frac{m_0l_0^2}{t_0^2}$ - jednostka energii.

W układzie SI m_0 =1 kg, t_0=1 s, l_0= 1 m, d_0 = kg·m^2/s, s_0 = kg/s^2. W tych jednostkach $\frac{\hbar^2}{2m}$ i $\frac{1}{2}kx^2$ mają wartości liczbowe, które nie są wygodne.

Jeśli jednak przyjąć $m_0=m$, $t_0=\sqrt{\frac{m}{k}}$ i $l_0=\sqrt{\frac{\hbar}{\sqrt{km}}}$, to $\frac{m}{m_0}=1$, $\frac{\hbar}{d_0}=1$ i $\frac{k}{s_0}=1$. Rzeczywiście,

$$\frac{\hbar}{d_0}=\frac{\hbar}{\frac{m_0l_0^2}{t_0}}=\frac{\hbar\sqrt{mk}\sqrt{\frac{m}{k}}}{m\hbar}=1 \tag{3}$$

$$\frac{k}{s_0}=\frac{k}{\frac{m_0}{t_0^2}}=\frac{k\frac{m}{k}}{m}=1 \tag{4}$$

Zatem równanie

$$-\frac{1}{2}\Psi''(u)+\frac{1}{2}u^2\Psi(u)=\varepsilon\Psi(u) \tag{5}$$

gdzie $\varepsilon=E/e_0$, $u=\frac{x}{l_0}$ opisuje oscylator harmoniczny w jednostach "oscylatorowych", takich ,że $l_0=\sqrt{\frac{\hbar}{\sqrt{km}}}$ i e_0= $\hbar\sqrt{\frac{k}{m}}$.