

Chemia kwantowa B – zadania domowe

Zestaw 2.

Zadanie 1. Operatory podnoszenia (\hat{L}_+) i opuszczania (\hat{L}_-) momentu pędu zdefiniowane są zależnością

$$\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y. \quad (1.1)$$

Obliczyć komutator

$$[\hat{L}_+; \hat{L}_-]. \quad (1.2)$$

Zadanie 2. Znaleźć stałą normalizacyjną N funkcji ($\alpha > 0$)

$$\psi(x) = Ne^{-\alpha x^2} \quad (2.1)$$

w przestrzeni \mathbb{R} oraz wyznaczyć wartość całki

$$\langle x \rangle = \langle \psi | \hat{x} | \psi \rangle. \quad (2.2)$$

Zadanie 3. Potęgowanie operatora zdefiniowane jest zależnością

$$e^{\hat{A}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\hat{A}^n}{n!} = \hat{1} + \hat{A} + \frac{\hat{A}^2}{2} + \frac{\hat{A}^3}{6} + \dots \quad (3.1)$$

Znając wartość komutatora

$$[\hat{A}; \hat{B}] = c, \quad (3.2)$$

obliczyć wartość komutatora $[e^{\hat{A}}; \hat{B}]$.

Wskazówka: skorzystać z zależności

$$[\hat{A}\hat{B}; \hat{C}] = \hat{A}[\hat{B}; \hat{C}] + [\hat{A}; \hat{C}]\hat{B}. \quad (3.3)$$