

Chemia kwantowa B – zadania domowe

Zestaw 5.

Zadanie 1. Wyznaczyć stany własne (funkcje falowe i energie) oscylatora harmonicznego w jednorodnym polu elektrycznym o natężeniu F .

Wskazówka: hamiltonian dla takiego układu ma postać

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} - eFx. \quad (1.1)$$

Zadanie 2. Operatory podnoszenia i opuszczania spinowego momentu pędu w reprezentacji macierzowej mają postać

$$\mathbb{S}_+ = \sqrt{2}\hbar \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{S}_- = \sqrt{2}\hbar \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Operatory te zdefiniowane są zależnością

$$\hat{S}_\pm = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y. \quad (2.2)$$

Wiedząc ponadto, że operatory \hat{S}_x , \hat{S}_y i \hat{S}_z spełniają takie same reguły komutacyjne jak operatory momentu pędu, znaleźć postać macierzową tych operatorów.

Zadanie 3. Udowodnić, że stan

$$|\psi\rangle = e^{\lambda\hat{a}^\dagger} |0\rangle, \quad (3.1)$$

gdzie

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(x + \frac{i}{m\omega} \hat{p}_x \right), \quad (3.2)$$

jest stanem własnym operatora anihilacji (3.2). Znaleźć wartość własną tego operatora z funkcją $|\psi\rangle$ oraz znaleźć jawną postać tej funkcji.